

KLAUS – DIETER DREWS

Nochmals zur Astronomischen Uhr in Rostocks St.-Marien – klärende Mathematik für die Sonnenauf- gangszeiten des neuen Kalendariums

Auf der großen Kalenderscheibe im unteren Teil der Astronomischen Uhr in der Rostocker St.-Marien-Kirche befinden sich für Tage und Jahre mannigfache Angaben, darunter die uns hier interessierenden Sonnenaufgangszeiten. Sie bilden den vierten Ring von außen auf der weißen Scheibe, nach den Ringen der Tagesdaten, -buchstaben und -heiligen. Ihr Schriftbild umfaßt (unter Auslassung des 29.2.) jeweils zwei Tage, gesondert den 31.12., die Zeiten werden hier immer als dem ersten der beiden Tage zugehörig interpretiert.



Astronomische Uhr in St. Marien, Kalenderscheibe, 7. Dezember

Die Scheibe vollführt in 365 Tagen einen Umlauf, mitternachts rückt sie um ein Tagesdatum vor. Auf dieses weist der links positionierte „Kalendermann“, dagegen ist der aus dem Zentrum ragende Zeiger auf die Sonnenaufgangszeit gerichtet.



Astronomische Uhr in St. Marien, 7.12.2009 14 Uhr

Die Gültigkeitszeitspanne der jahresbezogenen Angaben des jetzigen Kalendariums reicht von 1885 bis 2017, ab 2018 muß die Scheibe vor allem wegen der angegebenen Ostertermine (sie stehen im innersten Kreis der weißen Scheibe) fortgeschrieben werden, rechnerische Vorbereitungen hierzu für wieder 133 Jahre von 2018 bis 2150 waren schon lange getätigt [8].

Vor einigen Monaten aber entspann sich eine Diskussion darüber, ob nicht bei Neubeschriftung der Scheibe auch die verzeichneten Sonnenaufgangszeiten revidiert werden sollten. In der Literatur wird nämlich berichtet, daß diese Zeiten für die Beschriftung der Kalenderscheibe zur 1885 erfolgten Wiederinbetriebnahme der Rostocker Uhr aus der Lübecker Marienkirche von der dortigen Astronomischen Uhr übernommen wurden ([4], [6], [7]). Ja, wenn es sich bisher um Lübecker Zeiten, Lübecker Ortszeiten handelte, so müßten sie den Rostocker Gegebenheiten angepaßt werden, aber der Tradition entsprechend dann doch nun mit Rostocker *Ortszeit*, so die Position in erster und beinahe schon entscheidender Instanz, bevor Verf. von dem Vorhaben erfuhr. Es bedurfte jedoch einiger genauerer Analysen und vor allem auch präziserer Vorstellungen von den Begriffen Ortszeit oder Mitteleuropäischer Zeit, um überzeugend zu einer angemessenen Entscheidung zu gelangen. Argumente dafür werden in den vorliegenden Ausführungen zusammengetragen, eingedenk auch der Präferenz, die unsere Generation besitzt, künftigen Generationen der nächsten fast 1½ Jahrhunderte eine erneuerte Scheibe zu präsentieren. Immerhin gehören die Sonnenaufgangszeiten zu denjenigen Eintragungen, die speziell auf Rostock bezogen sind.

Für die Sonnenaufgangszeiten an der Rostocker Astronomischen Uhr (notiert in den Spalten Z_{1855} der Gesamtaufstellung **Tabelle 1** auf den S. 99 f.) gilt jedenfalls sofort:

Als Lübecker Zeiten aus den Jahren vor 1885 können die jetzigen Angaben auf der Kalenderscheibe keine Zeiten sein, die ausdrücklich an der Mitteleuropäischen Zeit orientiert sind.

Diese wurde erst am 1.4.1893 als verbindlich für das ganze Deutschland eingeführt.

1 Erläuterungen zur mittleren und zur wahren Ortszeit sowie zur Südstellung der Sonne um 12 Uhr

Die Zeitangabe in Mitteleuropäischer Zeit (MEZ) ist die *mittlere Ortszeit*, welche exakt für den geographischen Längengrad 15° östlicher Länge gilt, auf ihm liegt ziemlich genau Görlitz, sie ist heutzutage als *Zonenzeit* für eine übernationale Region gültig. Die Weltzeit oder Westeuropäische Zeit, das ist die mittlere Ortszeit der geographischen Länge 0° (Greenwich), hat konstant 1 h Rückstand zur MEZ, es ist erst 11 Uhr Weltzeit bei 12 Uhr MEZ.

Jede *mittlere* Zeit läuft gleichförmig ab, mit der Maßeinheit Sekunde, wie sie im Internationalen Einheitensystem definiert ist.

(Armband- oder Taschenuhren sollten so gehen.)

Zu jedem Längengrad, zu jedem Ort kann seine eigene mittlere Ortszeit (MOZ) herangezogen werden, und wir verwenden folgende

Bezeichnungen: Wir kennzeichnen Zeiten an bestimmten Orten durch entsprechende Anfügungen, wie $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}$, $\text{MOZ}_{\text{Lübeck}}$, speziell ist $\text{MOZ}_{15^\circ\text{O}} = \text{MEZ}$. Auch bestimmte Ereignisse, wie Südstellung der Sonne (abgekürzt Sst.) oder Sonnenaufgang (SA), kennzeichnen wir analog, und wir verwenden zur Angabe der Uhrzeit eines Ereignisses die übliche Funktionsschreibweise, z.B. $\text{MEZ}(\text{Sst.}_{\text{Rostock}})$. Schon hier sei vermerkt, daß bez. der noch zu betrachtenden wahren Ortszeit (WOZ) ebenso verfahren werden soll.

Nun ist die Zeitangabe, wie bereits angemerkt, in westlicher Richtung 60 min zurück pro 15 Längengraden, d.h. 4 min/°. Für Rostock ($12,07^\circ\text{O}$) oder Lübeck ($10,75^\circ\text{O}$) sind $2,93^\circ$ bzw. $4,25^\circ$ gegenüber 15°O zu berücksichtigen, d.h. $2,93 \cdot 4 \text{ min} (= 11,72 \text{ min} \approx 12 \text{ min})$ bzw. $4,25 \cdot 4 \text{ min} (= 17 \text{ min})$ sind je zu subtrahieren:

Die $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}$ ist somit in jedem festen Moment 12 min zurück gegenüber der MEZ:

$$\text{MOZ}_{\text{Rostock}} = \text{MEZ} - 12 \text{ min} \quad (\text{MEZ} - 11,72 \text{ min}). \quad (1)$$

Es ist z.B. noch 11:48 $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}$ um 12 MEZ, 12:00 $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}$ wäre erst um 12:12 MEZ.

Analog gilt

$$\text{MOZ}_{\text{Lübeck}} = \text{MEZ} - 17 \text{ min}, \quad (2)$$

12:00 $\text{MOZ}_{\text{Lübeck}}$ wäre z.B. erst um 12:17 MEZ.

Allgemein halten wir fest:

$$\text{Jede mittlere Ortszeit hat eine konstante Differenz zur MEZ.} \quad (3)$$

Von der mittleren Ortszeit ist die wahre Ortszeit zu unterscheiden.

Die *wahre Ortszeit* (WOZ) wird durch den wahren Stand der Sonne bestimmt.

Sie wird auf (adäquat eingerichteten) Sonnenuhren angezeigt, Sonnensüdstellung ist stets um 12:00 WOZ. Ihr Ablauf ist Schwankungen gegenüber dem gleichförmigen Ablauf der MOZ unterworfen.

Die Differenz der WOZ zur MOZ setzt sich aus Anteilen zweier Einflüsse zusammen, deren Ursachen beiläufig erläutert seien.

Zum einen legt die Erde auf ihrer elliptischen Bahn nach dem zweiten KEPLERSchen Gesetz in Umgebung der Sonnenferne (Aphel, Anfang Juli) pro Tag einen kürzeren Weg zurück als in Umgebung der Sonnennähe (Perihel, Anfang Januar). Damit entstehen von Sonnensüdstellung zu Südstellung jedes Meridians unterschiedliche Drehwinkel der Erdachse. Zwar vergehen hierfür stets 24 h WOZ, aber beim Aphel für kleineren Drehwinkel weniger, beim Perihel für größeren Drehwinkel mehr als 24 h MOZ. Der sich so ergebende erste Anteil der Differenz zwischen WOZ und MOZ nimmt in Umgebung des Aphels also täglich zu, in Umgebung des Perihels dagegen täglich ab. Infolgedessen gibt es zwischen beiden Apsiden jeweils extreme Differenzen, und zwar eine positive und eine negative.

Diese Jahresperiode wird zum zweiten überlagert durch eine halbjährige Periode, die von der zur Ebene der Erdumlaufbahn um $23,5^\circ$ geneigten Erdrotationsachse herrührt. Man denke sich dazu modellmäßig die Erdkugel auf ihrer Bahn bei Frühlings- und Sommeranfang sowie bei einer Zwischenposition, und zwar zunächst mit nichtgeneigter Achse. Dabei betrachte man einen Meridian jeweils in Sonnensüdstellung und je zugehöriger WOZ und MOZ. Wird sodann überall die Achse sachgemäß geneigt, so bleiben bei den beiden erstgenannten Positionen die Sonnensüdstellungen des Meridians und damit die Uhrzeiten unbeeinflusst. In der Zwischenposition aber hat der Meridian jetzt die Sonnensüdstellung bereits überschritten (was anschaulicher wird bei drastischer Übertreibung der Neigung), d.h., die WOZ ist bereits vorausgeeilt. Dieser zweite Anteil der Differenz von WOZ und MOZ, der bei Frühlings- und Sommeranfang Null ist, wächst zwischen beiden Positionen bis zu einem Maximum, um danach wieder zu Null abzufallen. Von Sommer- bis Herbstanfang kehrt sich der Effekt um, zwischenzeitlich wird ein extremer negativer Wert erreicht, und danach wiederholt sich alles halbjährig.

In der Summe beider Anteile ergibt sich die sogenannte

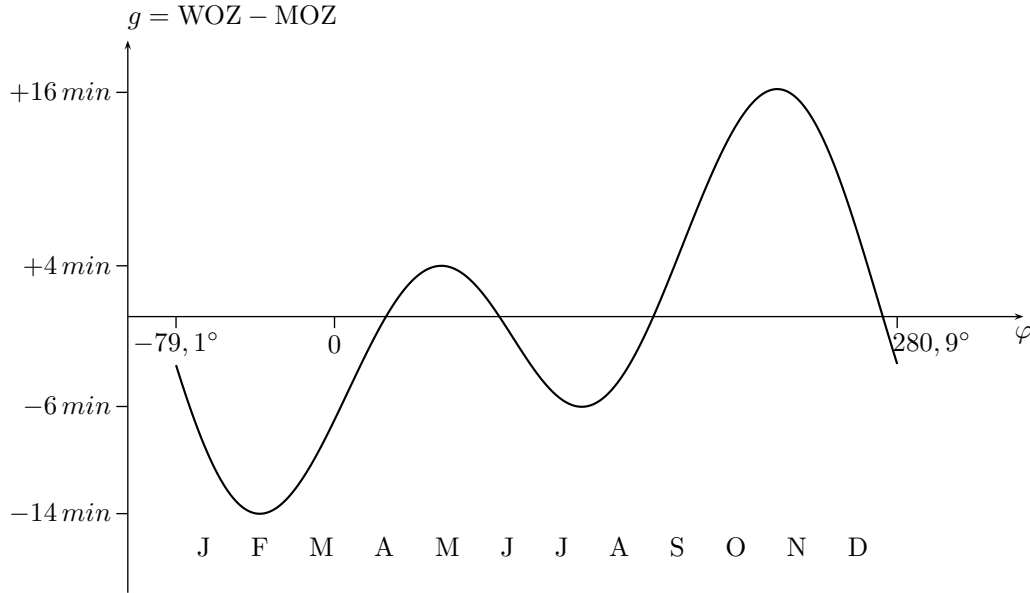
$$\text{Zeitgleichung : } g = \text{WOZ} - \text{MOZ}.$$

Zum numerischen Verlauf der Differenz g findet sich in der Arbeit [1] eine elementar zugängliche formelmäßige Herleitung. Das Ergebnis ist:

$$g = -460,7 \text{ s} \cdot \sin(\varphi + 76,9^\circ) + 590,5 \text{ s} \cdot \sin 2\varphi - 12,2 \text{ s} \cdot \sin 4\varphi,$$

worin g in Sekunden angegeben wird; die auftretenden Konstanten sind auf eine Dezimale gerundet. Der Winkel φ bezieht sich auf den scheinbaren Umlauf des Leitstrahls der Sonne, mit $\varphi = 0^\circ$ in Richtung des Frühlingspunktes (20. oder 21. März, hier 21. im Normaljahr) und einem 360° -Umlauf im *Tropischen Jahr* von 365,2422 Tagen. Am ersten Summanden der Formel ist die soeben qualitativ erläuterte Jahresperiode mit Nullstellen bei Perihel

und Aphel zu erkennen, die beiden weiteren Summanden beschreiben die sich überlagernde Halbjahresperiode mit Nullstellen an den Grenzen der Jahreszeiten.



Zeitgleichung, nach [1]

Vom 21. März vergehen bis zum 31. Dezember 285 Tage, es wird $\varphi = 285 \cdot \frac{360^\circ}{365,2422} \approx 280,9^\circ$. Allerdings verläuft φ , wie bereits aus den gerade wieder angesprochenen qualitativen Erläuterungen hervorgeht, nicht gleichförmig mit der Zeit, der mittleren Zeit, ab, die Zeitskala des Jahres ist also bez. der φ -Achse unproportionalen, wenngleich für unser Anliegen unerheblichen, Dehnungen unterworfen, simpel auch schon von Normal- oder Schaltjahr abhängig. Wir ziehen von g nur wenige spezielle Werte und ansonsten den qualitativen Verlauf heran. Dabei übergehen wir auch geringe Veränderungen von g etwa innerhalb eines Tages.

Kommentar 1 über die Rundung der Zeitangaben: Es erscheint für unser Vorhaben als völlig ausreichende Genauigkeit und wird im folgenden so gehandhabt, sämtliche Uhrzeiten auf volle Minuten zu runden.

Wir wollen einen Blick auf extreme Werte der Zeitgleichung und im Zusammenhang damit zunächst auf Südstellungen der Sonne werfen. Aus der Zeitgleichung folgt

$$\text{MOZ} = \text{WOZ} - g,$$

speziell bei Südstellungen der Sonne gilt daher für jeden Ort (und selbstredend je abhängig vom Datum)

$$\text{MOZ}_{\text{Ort}}(\text{Sst.}_{\text{Ort}}) = \text{WOZ}_{\text{Ort}}(\text{Sst.}_{\text{Ort}}) - g = 12:00 - g. \quad (4)$$

Bei 15° östlicher Länge ist speziell $\text{MOZ}_{15^\circ\text{O}} = \text{MEZ}$, folglich

$$\text{MEZ}(\text{Sst.}_{15^\circ\text{O}}) = 12:00 - g.$$

Für Südstellungen der Sonne bei 15°O in MEZ ergeben sich aus dem Verlauf von g die folgenden markanten Daten und Uhrzeiten:

12. 2.	$g = -14 \text{ min}$ (Minimum),	Sst. erst 12:14 MEZ,
16. 4.	$g = 0 \text{ min}$,	Sst. 12:00, bisher später, künftig früher,
14. 5.	$g = +4 \text{ min}$ (Maximum),	Sst. schon 11:56 MEZ,
15. 6.	$g = 0 \text{ min}$,	Sst. 12:00, bisher früher, künftig später,
26. 7.	$g = -6 \text{ min}$ (Minimum),	Sst. erst 12:06 MEZ,
2. 9.	$g = 0 \text{ min}$,	Sst. 12:00, bisher später, künftig früher,
3.11.	$g = +16 \text{ min}$ (Maximum),	Sst. schon 11:44 MEZ,
26.12.	$g = 0 \text{ min}$,	Sst. 12:00, bisher früher, künftig später.

In MEZ erfolgt die Südstellung der Sonne bei 15°O ,lediglich an vier Tagen‘ im Jahr ,genau‘ um 12 Uhr.

Kommentar 2 über die Rundung der Zeitangaben: Die genaueren relativen Extremwerte für g (aus [3]) sind $-14,3 \text{ min}$, $+3,8 \text{ min}$, $-6,2 \text{ min}$ bzw. $+16,4 \text{ min}$. Bei Rundung auf volle Minuten gelten die angegebenen Uhrzeiten der Südstellungen dann auch für benachbarte Tage der notierten Daten, und ferner tritt die genaue Südstellung in mittlerer Ortszeit nicht unbedingt zur vollen Minute ein; auf diese Unschärfe sollten die soeben verwendeten einfachen Anführungszeichen deuten, die wir entsprechend auch künftig setzen.

Wird Gleichung (4) speziell auf Rostock bezogen, so folgt

$$\text{MOZ}_{\text{Rostock}}(\text{Sst.}_{\text{Rostock}}) = 12:00 - g.$$

Die **obige Aufstellung** der markanten Daten und Uhrzeiten für 15°O gilt darum **ebenso für Rostock**, wenn nur die **MOZ_{Rostock}** statt der MEZ genommen wird, speziell gilt ebenso:

In $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}$ erfolgt die Südstellung der Sonne in Rostock ,lediglich an vier Tagen‘ im Jahr ,genau‘ um 12 Uhr.

Zieht man nun schließlich für Rostock die Angabe in geläufiger MEZ heran, so gilt nach (1)

$$\text{MEZ} = \text{MOZ}_{\text{Rostock}} + 12 \text{ min}.$$

Für Südstellungen in Rostock ergibt das

$$\text{MEZ}(\text{Sst.}_{\text{Rostock}}) = \text{MOZ}_{\text{Rostock}}(\text{Sst.}_{\text{Rostock}}) + 12 \text{ min.}$$

Hierin ist rechts $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}(\text{Sst.}_{\text{Rostock}}) = \text{MOZ}_{15^\circ\text{O}}(\text{Sst.}_{15^\circ\text{O}}) = \text{MEZ}(\text{Sst.}_{15^\circ\text{O}})$, weil Gleichung (4) für jeden Ort gilt, und man erhält

$$\text{MEZ}(\text{Sst.}_{\text{Rostock}}) = \text{MEZ}(\text{Sst.}_{15^\circ\text{O}}) + 12 \text{ min.}$$

Für Südstellungen der Sonne in Rostock bei MEZ-Angabe sind demnach alle Uhrzeiten aus obiger zu 15°O gehörenden Aufstellung um 12 min (11,72 min) zu erhöhen. Folgende Angaben sind dann bemerkenswert:

- | | | |
|-------|--------|---|
| 12. | 2. | Sst. erst 12:26 MEZ, |
| 14. | 5. | Sst. „schon“ 12:08 MEZ, |
| 26. | 7. | Sst. erst 12:18 MEZ, |
| | 4.10. | Sst. 12:00 MEZ, bisher später, künftig früher, |
| 3.11. | | Sst. schon 11:55 MEZ (bez. der Minutenabweichung von
12:00 ist nämlich genauer $-16,4 + 11,72 = -4,68$,
s. Kommentar 2 und Formel (1)), |
| | 29.11. | Sst. 12:00 MEZ, bisher früher, künftig später. |

Die Daten 4.10 und 29.11. wurden gesondert ermittelt.

In MEZ erfolgt die Südstellung der Sonne in Rostock ‚lediglich an zwei Tagen‘ im Jahr ‚genau‘ um 12 Uhr.

(Die aufgelisteten Erscheinungen wie auch der Gesamtverlauf der Südstellungen lassen sich bei einmal erkannter Südrichtung leicht selbst beobachten. Zu denken ist jedoch an die Sommerzeit, in ihr scheidet z.B. auch die Sst. 12:00 ‚am 4.10.‘ aus.)

Für Lübeck gilt (s. (2)) $\text{MEZ} = \text{MOZ}_{\text{Lübeck}} + 17 \text{ min}$,

und somit müssen die in der Aufstellung für 15°O notierten Werte für die Sst. in Lübeck und MEZ um 17 min erhöht werden. Selbst die früheste Uhrzeit der Sst., nämlich am 3.11., lautet dann schon 12:01.

In MEZ erfolgt die Südstellung der Sonne in Lübeck stets erst nach 12 Uhr.

Zusammengefaßt ist folgendes zur Kenntnis zu nehmen:

Würden die SA-Zeiten Rostocks, für die wir uns ja vorrangig interessieren wollen, in $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}$ oder in MEZ angegeben, so wären diese Angaben keinesfalls daran orientiert, daß um 12:00 entsprechender Zeitmessung die Sonne genau im Süden stünde (letzteres geschieht nur an wenigen Tagen im Jahr).

2 Zu den mittleren und wahren Ortszeiten für die Sonnenaufgänge in Rostock und in Lübeck

Es sei also davon ausgegangen, daß die Daten der Beschriftung für die Rostocker Uhr damals 1885 von der Uhr aus der Lübecker Marienkirche übernommen worden sind. Darum stellt sich die Frage, wie groß denn die Abweichung der SA-Zeiten zwischen Rostock und Lübeck in Wirklichkeit ist, d.h. welche Fehler allein hierdurch in den derzeitigen SA-Zeiten auf unserer Scheibe enthalten sind. Zu dieser Beurteilung erstellen wir zunächst Aussagen über das Verhältnis der MOZ und WOZ im Vergleich beider Orte. Wir verwenden als geographische Koordinaten: Rostock (12,07°O, 54,08°N), Lübeck (10,75°O, 53,83°N).

Zuerst zu mittleren Ortszeiten.

Auf dem Breitenkreis Rostocks liege mit der geographischen Länge Lübecks der Ort R' . Wir ziehen die Gleichungen (1) und (2) für die Ereignisse SA_{Rostock} bzw. $SA_{R'}$ heran, und können dabei (2) statt auf Lübeck auch auf R' beziehen:

$$\begin{aligned} MOZ_{\text{Rostock}}(SA_{\text{Rostock}}) &= MEZ(SA_{\text{Rostock}}) - 12 \text{ min} , \\ MOZ_{R'}(SA_{R'}) &= MEZ(SA_{R'}) - 17 \text{ min} . \end{aligned}$$

Andererseits verstreichen zwischen den beiden SA-Ereignissen von Rostock und R' wegen der Differenz der geographischen Längen stets 5min der Weltzeit oder der MEZ:

$$MEZ(SA_{R'}) = MEZ(SA_{\text{Rostock}}) + 5 \text{ min} .$$

In der Zwischenzeit ist allerdings die Erde, bzw. scheinbar die Sonne, auf ihrer Umlaufbahn ein wenig weitergewandert, und damit könnte die MEZ für den SA in R' gegenüber Rostock zusätzlich etwas geändert sein. Nun aber ändert sich in Rostock die MEZ des SA in einem ganzen Tag, d.i. im Prinzip nach einer Erdschendrehung von 360°, stets um weniger als 3 min (s. [Tabelle 1 S. 111 f.](#), in Schritten von immer zwei Tagen sind 5 min die höchste Änderung). Für einen Ort auf demselben Breitenkreis wie Rostock wird die Differenz seiner SA-Zeit zu derjenigen von Rostock am selben Tag demnach weniger als

$$(\text{Längendifferenz zu Rostock}) \cdot \frac{3 \text{ min}}{360^\circ}$$

betragen; für Rostocker und Lübecker Länge ($12,07^\circ - 10,75^\circ = 1,32^\circ$) ergibt dies vernachlässigbare 0,011 min, die letzte obige Gleichung bleibt.

Aus den drei Gleichungen folgt dann (z.B. Einsetzen der letzten in die vorletzte)

$$MOZ_{R'}(SA_{R'}) = MOZ_{\text{Rostock}}(SA_{\text{Rostock}}). \quad (5)$$

[Evtl. auch einfach so: $\text{MOZ}_{R'}$ ist stets 5 min geringer als $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}$, aber vom $\text{SA}_{\text{Rostock}}$ bis zum $\text{SA}_{R'}$ vergehen ebendiese 5 min.]

Uns interessiert jedoch Lübeck statt R' , und zwischen beiden differieren die geographischen Breiten geringfügig. Es steht zu vermuten, daß dieser Einfluß ebenso nicht wesentlich ist. Wir wollen dennoch im Anhang am Ende dieses Teilabschnittes eine Abschätzung bringen, denn andererseits haben größere Differenzen in der geographischen Breite durchaus beträchtlichen Einfluß auf die SA-Zeiten (man denke z.B. an die Polregionen im Vergleich zu hiesigen).

Für unsere Zwecke halten wir vorab schon fest:

Die mittleren Ortszeiten des Sonnenaufgangs für Rostock und Lübeck, (6)
d.h. $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}})$ und $\text{MOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$, können als
,praktisch identisch‘ angesehen werden.

Zweitens nun zu wahren Ortszeiten.

Diese hängen über die Zeitgleichung mit den mittleren Ortszeiten zusammen, es gilt

$$g = \text{WOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}}) - \text{MOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}}) \quad \text{und} \\ g = \text{WOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}}) - \text{MOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}}).$$

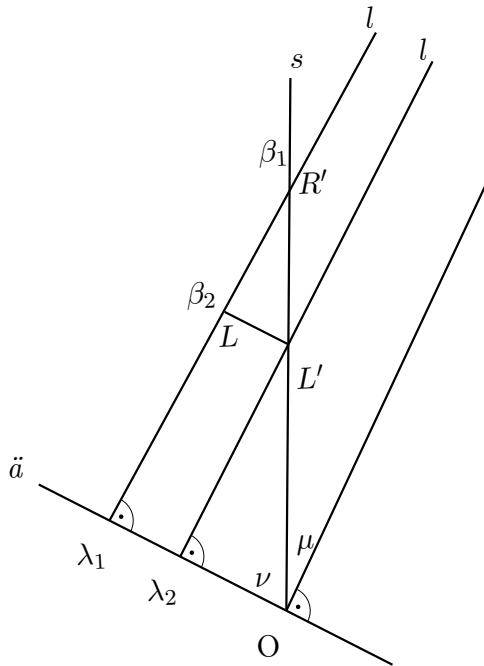
Je an demselben Tag können wir nach einer bei der Einführung der Zeitgleichung oben gemachten Bemerkung den Wert von g im kleinen Intervall von $\text{SA}_{\text{Rostock}}$ bis $\text{SA}_{\text{Lübeck}}$ als konstant ansehen. Dann folgt aus der soeben festgestellten Übereinstimmung der mittleren Ortszeiten:

Auch die wahren Ortszeiten des Sonnenaufgangs für Rostock und Lübeck, (7)
d.h. $\text{WOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}})$ und $\text{WOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$, können als
,praktisch identisch‘ angesehen werden.

(Wir bleiben bei diesen Formulierungen, obwohl laut Anhang Differenzen um $\pm 1\frac{1}{2}$ min zu bestimmten Jahreszeiten festzustellen sind.)

Die SA-Zeiten von 1885 könnten also evtl. weiterhin für Rostock akzeptiert werden, wenn sie wahre oder mittlere Zeiten von Lübeck wären.

Anhang: Zur Abhängigkeit der SA-Zeiten von der geographischen Breite.



Wir denken uns in der Skizze die Erdkugel von rechts bestrahlt, wobei sich die Schattengrenze s abzeichne, und betrachten Orte R' und L auf gemeinsamem Längengrad l mit den Breiten β_1, β_2 , dabei liege R' auf s , L noch im Schatten. Punkt O liege auf s und dem Äquator $\ddot{a}$, bez. O seien die Längengrade λ_1, λ_2 gemessen. Bei Weiterdrehung der Erdkugel gelangt L in die Lage L' auf s (unter Vernachlässigbarkeit der geringfügigen zwischenzeitlichen Verlagerung von s , s. vor (5)).

In der Stellung von l bei O wird der Neigungswinkel μ sichtbar, μ ist der momentane, zur Sonne gerichtete Anteil der Erdachsenneigung, im Sommerhalbjahr also $0^\circ \leq \mu \leq 23,5^\circ$.

Man erkennt rechtwinklige sphärische Dreiecke mit den Hypotenusen OR' bzw. OL' und gemeinsamem Innenwinkel ν . In ihnen gelten die Gleichungen

$$\begin{aligned}\sin \lambda_i &= \cot \nu \cdot \tan \beta_i = \cot(90^\circ - \mu) \cdot \tan \beta_i, \text{ somit} \\ \sin \lambda_i &= \tan \mu \cdot \tan \beta_i.\end{aligned}$$

Gewünscht wird eine Aussage über $\lambda_1 - \lambda_2$, insbesondere über das Maximum dieser Differenz, und es leuchtet anschaulich ein, daß dieses für das größtmögliche $\mu = 23,5^\circ$ angenommen wird (wir übergehen eine analytische Bestätigung).

Die Erddrehung benötigt 4min MOZ pro Längengrad. Um $(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot 4$ min wäre der SA in L später als in R' , dies in gemeinsamer MOZ auf demselben Längengrad.

Mit $\beta_1 = 54,08^\circ$, $\beta_2 = 53,83^\circ$ (den Breiten von Rostock und Lübeck) sowie $\mu = 23,5^\circ$ errechnet man für R' und L (übeck) $0,38^\circ < \lambda_1 - \lambda_2 < 0,4^\circ$, und damit

$$1,5 \text{ min} < (\lambda_1 - \lambda_2) \cdot 4 \text{ min} < 1,6 \text{ min}.$$

In Rostock und R' aber sind nach (5) die MOZ für den jeweiligen SA identisch, ebenso dann die WOZ (Zeitgleichung!), d.h. im Ergebnis:

Um die Sommersonnenwende sind in Lübeck die MOZ und die WOZ des SA etwa $1\frac{1}{2}$ min später als die entsprechenden Ortszeiten in Rostock. Dieser Differenzwert ist der maximale für das ganze Jahr. (In MEZ erfolgt der SA in Lübeck etwa $(5 + 1\frac{1}{2})$ min später als in Rostock.)

Für $\mu = 0^\circ$ (bei Frühlings- und Herbstanfang) ist $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_1 - \lambda_2 = 0$, die Zeiten differieren praktisch nicht. (In MEZ sind es etwa 5 min.)

Für $-23,5^\circ \leq \mu \leq 0^\circ$ (im Winterhalbjahr) müßte die Skizze an der Schattengrenze gespiegelt werden, L läge dann schon im Licht, SA wäre in L eher(!) als in R' . Mit $\mu = -23,5^\circ$ ändern sich in obiger Rechnung lediglich die Vorzeichen, und so sind um die Wintersonnenwende in Lübeck die MOZ und WOZ des SA etwa $1\frac{1}{2}$ min eher(!) als die entsprechenden Ortszeiten in Rostock. (Die MEZ des SA ist etwa $(5 - 1\frac{1}{2})$ min später(!).)

3 Versuch einer Einordnung der Sonnenaufgangzeiten von 1885, d.h. von 1855, Entscheidung über die Neubeschriftung

Die Beschriftung der Rostocker Kalenderscheibe erfolgte zwar 1885 mit Übernahme der SA-Zeiten von der alten Lübecker Uhr, aber die Zeitspanne der Lübecker Kalenderscheibe reichte von 1855 bis 1999 [9], die Daten müssen daher schon vor dieser Zeit gewonnen worden sein. Die Uhr wurde 1942 bei der Bombardierung von Lübecks St. Marien vernichtet.

Gehen wir jetzt davon aus, daß uns heutzutage für Rostock die Zeiten des SA in MEZ sowie in WOZ bekannt sind, d.h. $\text{MEZ}(\text{SA}_{\text{Rostock}})$ und $\text{WOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}})$. Sie finden sich in den entsprechenden Spalten der **Tabelle 1** auf S. 99 f., Ausführungen zu ihrer Ermittlung folgen im nächsten Abschnitt. Jene Tabelle enthält auch die heutigen Eintragungen auf der Rostocker Kalenderscheibe, die für die Formalien mit $Z_{1855}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$ bezeichnet seien.

Wir wollen beurteilen, ob diese Eintragungen den SA für Lübeck in $\text{MOZ}_{\text{Lübeck}}$ angeben. Dazu wurde Δ_1 gebildet, s. entsprechende Spalte in **Tabelle 1**, und zwar

$$\Delta_1 = Z_{1855}(\text{SA}_{\text{Lübeck}}) - \text{MEZ}(\text{SA}_{\text{Rostock}}).$$

Weil nach (1) $\text{MEZ} = \text{MOZ}_{\text{Rostock}} + 12 \text{ min}$ gilt, wird

$$\Delta_1 = Z_{1855}(\text{SA}_{\text{Lübeck}}) - \text{MOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}}) - 12 \text{ min}.$$

Wären nun die Zeiten $Z_{1855}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$ als $\text{MOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$ interpretierbar, so wäre

$$\Delta_1 = \text{MOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}}) - \text{MOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}}) - 12 \text{ min}.$$

Tabelle 1: Gesamtaufstellung der SA-Zeiten für Rostock, an der Astronomischen Uhr jetzt (Z_{1855}), in MEZ sowie in WOZ; $\Delta_1 = Z_{1855} - \text{MEZ}$, $\Delta_2 = Z_{1855} - \text{WOZ}$ (je in Minuten).

	Z_{1855}	MEZ	Δ_1	WOZ	Δ_2		Z_{1855}	MEZ	Δ_1	WOZ	Δ_2
1.1.	8:27	8:31	- 4	8:16	+11	1.4.	5:31	5:45	-14	5:29	+ 2
3.1.	8:25	8:31	- 6	8:15	+10	3.4.	5:27	5:40	-13	5:25	+ 2
5.1.	8:23	8:30	- 7	8:13	+10	5.4.	5:23	5:35	-12	5:20	+ 3
7.1.	8:21	8:29	- 8	8:11	+10	7.4.	5:19	5:30	-11	5:16	+ 3
9.1.	8:19	8:28	- 9	8:09	+10	9.4.	5:16	5:25	- 9	5:11	+ 5
11.1.	8:16	8:26	-10	8:07	+ 9	11.4.	5:12	5:20	- 8	5:07	+ 5
13.1.	8:14	8:25	-11	8:05	+ 9	13.4.	5:08	5:16	- 8	5:03	+ 5
15.1.	8:12	8:23	-11	8:02	+10	15.4.	5:04	5:11	- 7	4:59	+ 5
17.1.	8:09	8:21	-12	7:59	+10	17.4.	5:00	5:06	- 6	4:54	+ 6
19.1.	8:06	8:19	-13	7:56	+10	19.4.	4:54	5:02	- 8	4:50	+ 4
21.1.	8:02	8:16	-14	7:53	+ 9	21.4.	4:51	4:57	- 6	4:46	+ 5
23.1.	7:59	8:13	-14	7:50	+ 9	23.4.	4:47	4:52	- 5	4:42	+ 5
25.1.	7:55	8:11	-16	7:47	+ 8	25.4.	4:43	4:48	- 5	4:38	+ 5
27.1.	7:51	8:08	-17	7:43	+ 8	27.4.	4:39	4:44	- 5	4:34	+ 5
29.1.	7:48	8:04	-16	7:39	+ 9	29.4.	4:35	4:39	- 4	4:30	+ 5
31.1.	7:44	8:01	-17	7:36	+ 8	1.5.	4:28	4:35	- 7	4:26	+ 2
2.2.	7:40	7:58	-18	7:32	+ 8	3.5.	4:24	4:31	- 7	4:22	+ 2
4.2.	7:36	7:54	-18	7:28	+ 8	5.5.	4:20	4:27	- 7	4:18	+ 2
6.2.	7:32	7:50	-18	7:24	+ 8	7.5.	4:16	4:23	- 7	4:14	+ 2
8.2.	7:27	7:47	-20	7:21	+ 6	9.5.	4:12	4:19	- 7	4:11	+ 1
10.2.	7:23	7:43	-20	7:17	+ 6	11.5.	4:08	4:16	- 8	4:07	+ 1
12.2.	7:18	7:39	-21	7:13	+ 5	13.5.	4:05	4:12	- 7	4:04	+ 1
14.2.	7:12	7:34	-22	7:08	+ 4	15.5.	4:02	4:09	- 7	4:00	+ 2
16.2.	7:09	7:30	-21	7:04	+ 5	17.5.	3:59	4:05	- 6	3:57	+ 2
18.2.	7:05	7:26	-21	7:00	+ 5	19.5.	3:56	4:02	- 6	3:54	+ 2
20.2.	7:00	7:22	-22	6:56	+ 4	21.5.	3:52	3:59	- 7	3:51	+ 1
22.2.	6:56	7:17	-21	6:52	+ 4	23.5.	3:49	3:56	- 7	3:48	+ 1
24.2.	6:52	7:13	-21	6:48	+ 4	25.5.	3:46	3:54	- 8	3:45	+ 1
26.2.	6:46	7:08	-22	6:43	+ 3	27.5.	3:44	3:51	- 7	3:42	+ 2
28.2.	6:41	7:03	-22	6:39	+ 2	29.5.	3:42	3:49	- 7	3:40	+ 2
2.3.	6:38	6:58	-20	6:34	+ 4	31.5.	3:40	3:47	- 7	3:37	+ 3
4.3.	6:35	6:53	-18	6:29	+ 6	2.6.	3:38	3:45	- 7	3:35	+ 3
6.3.	6:29	6:49	-20	6:26	+ 3	4.4.	3:35	3:43	- 8	3:33	+ 2
8.3.	6:25	6:44	-19	6:21	+ 4	6.6.	3:34	3:42	- 8	3:32	+ 2
10.3.	6:20	6:39	-19	6:17	+ 3	8.6.	3:32	3:41	- 9	3:30	+ 2
12.3.	6:15	6:34	-19	6:12	+ 3	10.6.	3:32	3:40	- 8	3:29	+ 3
14.3.	6:10	6:29	-19	6:08	+ 2	12.6.	3:31	3:39	- 8	3:28	+ 3
16.3.	6:06	6:24	-18	6:03	+ 3	14.6.	3:31	3:39	- 8	3:27	+ 4
18.3.	6:02	6:19	-17	5:59	+ 3	16.6.	3:30	3:38	- 8	3:26	+ 4
20.3.	6:00	6:14	-14	5:55	+ 5	18.6.	3:30	3:38	- 8	3:25	+ 5
22.3.	5:56	6:10	-14	5:51	+ 5	20.6.	3:29	3:38	- 9	3:25	+ 4
24.3.	5:50	6:05	-15	5:46	+ 4	22.6.	3:29	3:39	-10	3:25	+ 4
26.3.	5:45	6:00	-15	5:42	+ 3	24.6.	3:30	3:39	- 9	3:25	+ 5
28.3.	5:42	5:55	-13	5:38	+ 4	26.6.	3:30	3:40	-10	3:25	+ 5
30.3.	5:37	5:50	-13	5:33	+ 4	28.6.	3:31	3:41	-10	3:26	+ 5
						30.6.	3:32	3:43	-11	3:27	+ 5

	Z ₁₈₅₅	MEZ	Δ_1	WOZ	Δ_2		Z ₁₈₅₅	MEZ	Δ_1	WOZ	Δ_2
2.7.	3:33	3:44	-11	3:28	+ 5	2.10.	6:23	6:15	+ 8	6:14	+ 9
4.7.	3:35	3:46	-11	3:30	+ 5	4.10.	6:27	6:19	+ 8	6:19	+ 8
6.7.	3:37	3:48	-11	3:31	+ 6	6.10.	6:31	6:23	+ 8	6:23	+ 8
8.7.	3:39	3:50	-11	3:33	+ 6	8.10.	6:35	6:27	+ 8	6:28	+ 7
10.7.	3:40	3:52	-12	3:35	+ 5	10.10.	6:39	6:30	+ 9	6:32	+ 7
12.7.	3:42	3:55	-13	3:38	+ 4	12.10.	6:43	6:34	+ 9	6:36	+ 7
14.7.	3:44	3:57	-13	3:40	+ 4	14.10.	6:48	6:38	+10	6:40	+ 8
16.7.	3:46	4:00	-14	3:42	+ 4	16.10.	6:53	6:42	+11	6:45	+ 8
18.7.	3:48	4:03	-15	3:45	+ 3	18.10.	6:58	6:45	+13	6:48	+10
20.7.	3:51	4:05	-14	3:47	+ 4	20.10.	7:04	6:49	+15	6:53	+11
22.7.	3:54	4:08	-14	3:50	+ 4	22.10.	7:09	6:53	+16	6:57	+12
24.7.	3:57	4:12	-15	3:54	+ 3	24.10.	7:13	6:57	+16	7:01	+12
26.7.	4:00	4:15	-15	3:57	+ 3	26.10.	7:17	7:01	+16	7:05	+12
28.7.	4:04	4:18	-14	4:00	+ 4	28.10.	7:21	7:05	+16	7:10	+11
30.7.	4:08	4:21	-13	4:03	+ 5	30.10.	7:25	7:09	+16	7:14	+11
1.8.	4:11	4:25	-14	4:07	+ 4	1.11.	7:29	7:13	+16	7:18	+11
3.8.	4:15	4:28	-13	4:11	+ 4	3.11.	7:33	7:17	+16	7:22	+11
5.8.	4:19	4:32	-13	4:14	+ 5	5.11.	7:37	7:20	+17	7:25	+12
7.8.	4:23	4:35	-12	4:18	+ 5	7.11.	7:41	7:24	+17	7:29	+12
9.8.	4:26	4:39	-13	4:22	+ 4	9.11.	7:45	7:28	+17	7:33	+12
11.8.	4:30	4:42	-12	4:26	+ 4	11.11.	7:48	7:32	+16	7:36	+12
13.8.	4:35	4:46	-11	4:30	+ 5	13.11.	7:51	7:36	+15	7:40	+11
15.8.	4:39	4:49	-10	4:33	+ 6	15.11.	7:54	7:40	+14	7:44	+10
17.8.	4:43	4:53	-10	4:37	+ 6	17.11.	7:57	7:44	+13	7:47	+10
19.8.	4:47	4:56	- 9	4:41	+ 6	19.11.	8:01	7:47	+14	7:50	+11
21.8.	4:51	5:00	- 9	4:45	+ 6	21.11.	8:04	7:51	+13	7:53	+11
23.8.	4:55	5:04	- 9	4:50	+ 5	23.11.	8:08	7:55	+13	7:56	+12
25.8.	5:00	5:07	- 7	4:54	+ 6	25.11.	8:11	7:58	+13	7:59	+12
27.8.	5:04	5:11	- 7	4:58	+ 6	27.11.	8:15	8:01	+14	8:02	+13
29.8.	5:08	5:14	- 6	5:02	+ 6	29.11.	8:18	8:05	+13	8:05	+13
31.8.	5:12	5:18	- 6	5:06	+ 6	1.12.	8:20	8:08	+12	8:07	+13
2.9.	5:16	5:21	- 5	5:10	+ 6	3.12.	8:22	8:11	+11	8:09	+13
4.9.	5:20	5:25	- 5	5:15	+ 5	5.12.	8:24	8:14	+10	8:11	+13
6.9.	5:24	5:29	- 5	5:19	+ 5	7.12.	8:26	8:16	+10	8:13	+13
8.9.	5:28	5:32	- 4	5:23	+ 5	9.12.	8:28	8:19	+ 9	8:15	+13
10.9.	5:33	5:36	- 3	5:27	+ 6	11.12.	8:29	8:21	+ 8	8:16	+13
12.9.	5:37	5:39	- 2	5:32	+ 5	13.12.	8:29	8:23	+ 6	8:17	+12
14.9.	5:41	5:43	- 2	5:36	+ 5	15.12.	8:30	8:25	+ 5	8:18	+12
16.9.	5:46	5:47	- 1	5:40	+ 6	17.12.	8:30	8:27	+ 3	8:19	+11
18.9.	5:52	5:50	+ 2	5:44	+ 8	19.12.	8:31	8:28	+ 3	8:19	+12
20.9.	5:57	5:54	+ 3	5:49	+ 8	21.12.	8:30	8:29	+ 1	8:19	+11
22.9.	6:02	5:57	+ 5	5:53	+ 9	23.12.	8:30	8:30	0	8:19	+11
24.9.	6:06	6:01	+ 5	5:57	+ 9	25.12.	8:29	8:31	- 2	8:19	+10
26.9.	6:11	6:04	+ 7	6:02	+ 9	27.12.	8:29	8:31	- 2	8:19	+10
28.9.	6:15	6:08	+ 7	6:06	+ 9	29.12.	8:28	8:31	- 3	8:18	+10
30.9.	6:19	6:12	+ 7	6:10	+ 9	31.12.	8:28	8:31	- 3	8:17	+11

Ende Tabelle 1

Aber $\text{MOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$ und $\text{MOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}})$ sind nach (6) ‚praktisch identisch‘, womit Δ_1 annähernd konstant (etwa -12 min) sein müßte.

Davon kann allerdings nicht im entferntesten die Rede sein, Δ_1 variiert von -22 min (Ende Februar) zunächst bis -4 min (Ende April), dann wieder bis -15 min (Ende Juli) aber anschließend bis +17 min (Anfang November).

Die SA-Zeiten von 1855 sind keine Angaben in mittlerer Ortszeit Lübecks. Sie sind nach (3) auch keine Angaben in MOZ eines anderen Ortes.

Nun zum Standpunkt über das Vorliegen wahrer Ortszeiten in den Angaben von 1855. Dazu wurde in der [Tabelle 1](#) die Differenz Δ_2 gebildet:

$$\Delta_2 = Z_{1855}(\text{SA}_{\text{Lübeck}}) - \text{WOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}}).$$

Die Aussage, daß die Zeiten $Z_{1855}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$ als $\text{WOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$ interpretierbar sind, geht nach (7) einher mit der Feststellung, daß Δ_2 ‚praktisch konstant gleich Null‘ ist. Obwohl dies numerisch nicht durchaus behauptet werden kann, entnehmen wir dennoch dem Werteverlauf von Δ_2 Argumente für den geäußerten Standpunkt, abgesehen davon, daß im Grunde gar keine andere Auswahl bleibt.

Man beachte als erstes die ruhig wirkenden Änderungen beim Werteverlauf von Δ_2 , ganz gegensätzlich zu Δ_1 . Ferner liegt Δ_2 während des langen Zeitabschnitts vom 8.2. bis zum 16.9. im Intervall von +1 min bis +6 min (es gelte als akzeptabel). Dabei gibt es im Mai zeitweise die minimale Differenz +1 min, und danach übersteigen die Differenzen bis Anfang August nur selten den Wert +4 min. (Denkt man hier an den Anhang vom 2. Abschnitt zurück, so sind im Sommer zeitweise die $\text{WOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$ gegenüber den $\text{WOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}})$ um etwa 1,5 min zu erhöhen. Es ist also ganz natürlich, daß in dieser Jahreszeit die Angaben $Z_{1855}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$, eben als $\text{WOZ}_{\text{Lübeck}}(\text{SA}_{\text{Lübeck}})$, die $\text{WOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}})$ um etwa solchen Wert übersteigen. Aber eine zu penible Beurteilung der Unterschiede verbietet sich, weil die SA-Zeiten von Jahr zu Jahr mindestens im Sekundenbereich differieren, über längere Zeitspannen evtl. um Minuten, s. im 4. Abschnitt.)

Die größeren Abweichungen im Spätherbst und Frühwinter stören allerdings, es sei jedoch daran erinnert, daß es sich um Werte handelt, die vor 1855 ermittelt wurden. Erfolgte dies damals vielleicht durch unmittelbare Beobachtung, verbunden mit den Widrigkeiten insbesondere der kalten Jahreszeiten und möglicherweise sich ändernden geographischen Gegebenheiten, sowohl im Standort als auch im Horizontverlauf? –

Zusammengefaßt ergaben sich für die Neubeschriftung der Rostocker Kalenderscheibe mit SA-Zeiten nachfolgende Positionen, grundsätzlich unter der Prämisse, daß Änderungen jeglicher Art an den jetzigen Angaben stets nur unter Rücksicht auf die Historie der Astronomischen Uhr erfolgen werden:

1. Neue MOZ für Rostock, die vorab favorisiert wurden, kommen nicht in Frage.
2. (a) Die bisherigen Werte werden beibehalten, denn sie kommen über weite Zeiten des Jahres den WOZ für Rostock nahe; jedenfalls wird ihre Qualität für Rostock kaum dadurch gemindert, daß sie einst für Lübeck bestimmt wurden.
- (b) Neue, also verbesserte WOZ für Rostock werden aufgebracht.
- (c) Die Rostocker Aufgangszeiten werden in MEZ aufgebracht.

Zu den unter 2. aufgelisteten Varianten bildete sich die Meinung: Neue und besser zutreffende WOZ bringen keinen erstrebenswerten Zugewinn; der Historie verpflichtet könnten dann eher die bisherigen Eintragungen beibehalten werden. Andererseits es ist aber wohl doch angebracht, für die Angaben eine Uhrzeit zu verwenden, die allen Besuchern (und Stadtführern) sofort verständlich ist.

So fiel die Entscheidung, die SA für Rostock in MEZ aufzutragen.

Verf. meint, man könnte durchaus äußern, es sind dies die lokalen SA-Zeiten, zu deutsch hieße es nichts anderes als Ortszeiten, um dieses leicht Zuspruch erheischende Wort zu bedienen, nämlich für den Ort Rostock gültig in heute am Ort gebräuchlicher Zeitangabe. Und wie anders sollte die Absicht auch bei früheren Beschriftungen der Kalenderscheiben unter den damaligen Gegebenheiten gewesen sein, als es vielleicht noch verbreiteter war, sich am wahren Stand der Sonne, folglich der WOZ, zu orientieren?

Zögernd nur wurde bei der Entscheidung davon abgesehen, die Werte von April bis Oktober in Sommerzeit (MESZ) umzurechnen, dies in der Hoffnung, daß deren Einführung nicht von endgültiger Dauer sein wird.

4 Zur Ermittlung der verwendeten Zeitangaben

Die Mitteleuropäischen Zeiten des Sonnenaufgangs in Rostock ($\text{MEZ}(\text{SA}_{\text{Rostock}})$) wurden bestimmt mit dem Astronomieprogramm Cyber Sky 3.3.1, welches die oben schon herangezogenen Koordinaten $12,07^\circ\text{O}$, $54,08^\circ\text{N}$ verwendet. Als zusätzliche Kontrolle dienten Werte des „Image Pressezentrum München“, die auch weiterhin in hiesiger Tagespresse veröffentlicht werden. Die dort verwendeten Koordinaten sind $12,09^\circ\text{O}$, $54,06^\circ\text{N}$, so daß geringfügige Abweichungen zwischen beiden Angaben nicht ausgeschlossen sind. Diese traten gelegentlich auf, betrugen dann rundungsbedingt 1min, niemals mehr, was als Bestätigung für die eingangs genannten Zeiten gelte.

Zusammen mit den ebenso gewonnenen Sonnenuntergangszeiten erhält man in der Mitte von SA und SU die MEZ für die Südstellung der Sonne ($\text{MEZ}(\text{Sst}_{\text{Rostock}})$). Wird nun die Differenz

$\text{MEZ}(\text{Sst.}_{\text{Rostock}}) - 12:00$ von der MEZ aller Angaben des betreffenden Tages subtrahiert, so erhält man die wahre Ortszeit der jeweiligen Ereignisse, speziell die uns interessierenden $\text{WOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}})$. (Genaugenommen ist bei zunehmender Tageslänge der Nachmittag schon etwas gedehnt gegenüber dem Vormittag, bei abnehmender Tageslänge etwas gekürzt; in diesem Sinne wurden die verwendeten $\text{MEZ}(\text{Sst.}_{\text{Rostock}})$ nötigenfalls gerundet.)

Letztlich wurden unsere Zeiten aus den Rostocker MEZ(SA) der Vierjahreszeitspanne von 2004 bis 2007 als arithmetische Mittel bestimmt. Erforderliche Rundung geschah entsprechend den Tendenzen (8), s. etwas weiter unten.

Dieses Vorgehen war zunächst lediglich eine praktisch realisierbare Variante, die Anfang 2009 vom Verf. in die Diskussion eingebracht werden konnte, als ihm unverhofft bekannt wurde, daß der Auftrag für die Beschriftung einer neuen Deckplatte der Kalenderscheibe bereits erteilt sei und darin als SA-Zeiten neue mittlere Ortszeiten vorgesehen seien. Wir erläutern nun die Hintergründe für die Ermittlung vertretbarer Zeitangaben.

Das *Tropische Jahr*, als Zeitspanne zwischen zwei Durchgängen der Sonne durch den Frühlingspunkt, hat (auch schon gerundet) die Länge 365,2422 d. Unser *Normaljahr* von 365 d ist 0,2422 d zu kurz, die Sonne hat im Tierkreis nach Ablauf genau dieser Tage noch nicht wieder die Stellung des Vorjahres erreicht, ihre Stellung ist in der Tendenz je zum vorhergehenden Datum des Vorjahres verschoben. Dementsprechend ändern sich die MEZ(SA), der SA erfolgt in Phasen seiner täglichen Verfrühung noch etwas später, in Phasen täglicher Verspätung noch etwas eher als im Vorjahr.

Ab 1.3.2004 vergehen bis zum 1.3.2007 drei Normaljahre, die Zeitspanne ist 0,7266 d ($= 3 \cdot 0,2422$ d) zu kurz; um beinahe $\frac{3}{4}$ der um den 1.3. aktuellen täglichen Änderung ist die MEZ(SA) am 1.3.2007 größer als am 1.3.2004. Diese Tatsache gilt mutatis mutandis für alle Datenpaare bis hin zum 28.2. der Jahre 2005 und 2008. Danach folgt ein Schalttag.

Nach *vier Jahren*, dem Ablauf von drei zu kurzen Normaljahren und einem *Schaltjahr* von 366 d, welches 0,7578 d zu lang ist gegenüber dem Tropischen Jahr, ist die Zeitspanne wegen $(3 \cdot -0,2422 + 0,7578)$ d = 0,0312 d etwas zu lang gegenüber vier Tropischen Jahren. Die Stellung der Sonne ist nach Ablauf dieser vier Jahre in der Tendenz schon etwas zum nachfolgenden Datum von damals verschoben. Das bedeutet,

nach vier Jahren ist die MEZ(SA) in Phasen täglicher Verfrühung etwas kleiner, (8)
in Phasen täglicher Verspätung schon etwas größer als seinerzeit.

Alle jährlichen Veränderungen liegen für das einzelne Datum im Sekundenbereich, bei Rundung äußert sich das gelegentlich auch als Minute.

Tabelle 2: Beispiele sekundengenauer Rostocker Zeiten in MEZ

	SA 1.3.	SA 2.3.
2004	6:59:48	6:57:27
2005	7:00:22	6:58:01
2006	7:00:57	6:58:36
2007	7:01:31	6:59:10
2008	6:59:44	6:57:23

Kommentar 3 über die Rundung der Zeitangaben: Die verwendeten MEZ und WOZ des SA für Rostock sind arithmetische Mittel von minutengerundeten Zeiten aus den Jahren 2004 bis 2007, und diese Mittel wurden ihrerseits gegebenenfalls im Sinne der Tendenzen (8) gerundet. Dadurch, daß sich die MEZ(SA) nach drei Jahren je um 0,7266 der täglichen Veränderungen ändert, treten hier gerundet bis zu 2 min auf; die vierjährigen Mittel differieren dann (zumindest zunächst) von den korrekten MEZ(SA) um höchstens 1 min.

Über die gesamte Zeitspanne der neuen Kalenderscheibe wird diese Abweichung höchstens 2 min betragen, s. hierzu Anhang b).

Um Penibilität in Grenzen zu halten, wurden zur Bestimmung der Mittelwerte keine sekundengenauen Werte herangezogen. Solche dienen hier nur als zusätzliche Illustration (sie sind ja ebenfalls gerundet).

Anhang: a) Ein Detail zur täglichen Abfolge der SA-Zeiten während des Jahres.

Aus (1) und der Zeitgleichung folgt die Beziehung

$$\text{MEZ}(\text{SA}_{\text{Rostock}}) = \text{WOZ}_{\text{Rostock}}(\text{SA}_{\text{Rostock}}) - g + 12 \text{ min}.$$

Danach stimmen in der Abfolge der Kalenderdaten die Änderungstendenzen der MEZ(SA) und der WOZ(SA) überein, wenn die Tendenzen der WOZ(SA) und von g entgegengesetzt sind, die Änderung der MEZ(SA) wird dann gegenüber derjenigen der WOZ(SA) sogar verstärkt. Nun variiert die WOZ(SA) mit dem Stand der Sonne, sie steigt vom Sommeranfang (z.Zt. 21.6.) bis zum Winteranfang (z.Zt. 21. oder 22.12.) und fällt dann wieder bis zum Sommeranfang. Von Mitte Februar etwa bis Anfang Mai, wenn g im Gegensatz zur WOZ(SA) steigt, gibt es eine kräftige Verfrühung der MEZ(SA), stets mindestens 4 min in zwei Tagen, oftmals 5 min.

Schon ab Mitte Mai aber fällt g , und das dann verstärkt, auch die WOZ(SA) fällt noch, aber dann immer weniger. Dies führt dazu, daß die MEZ(SA) ihr Minimum, den frühesten SA, schon ‚am 18.6.‘ erreicht. Andererseits fällt am Kalenderjahresende die WOZ(SA) ab dem Winteranfang wieder, aber g fällt zunächst noch stärker, so daß die MEZ(SA) ihr Maximum,

den spätesten SA, erst ,am 29.12.‘ hat. (Dual hierzu ist in MEZ der späteste Sonnenuntergang erst ,am 24.6.‘ (Johannistag), der früheste dagegen schon ,am 13.12.‘.) –

Anhang: b) Begutachtung der gewählten SA-Zeiten gegenüber den tatsächlichen bis 2150. Der oben zuletzt angesprochene Zyklus von vier Jahren läuft im *Gregorianischen Kalender* vom 1.3.2004 bis zum 1.3.2096 23mal ab, wegen $23 \cdot 0,0312 \text{ d} = 0,7176 \text{ d}$ ist die Sonne beinahe um einen $\frac{3}{4}$ Tag ab dem 1.3. im Jahr 2096 gegenüber 2004 voraus. Aber vom 1.3.2096 bis zum 1.3.2103 laufen 7 Normaljahre ab (den 29.2.2100 gibt es nicht); 2103 ist die Sonne ab dem 1.3. wegen $0,7176 \text{ d} + 7 \cdot -0,2422 \text{ d} = -0,9778 \text{ d}$ um fast einen Tag gegenüber 2004 zurück.

Tabelle 3: Beispiele sekundengenaue Rostocker Zeiten in MEZ

	SA 1.3.	SA 2.3.		SA 1.3.	SA 2.3.
2096	6:58:02	6:55:40	2100	7:00:19	6:57:58
2097	6:58:36	6:56:14	2101	7:00:53	6:58:32
2098	6:59:10	6:56:48	2102	7:01:27	6:59:06
2099	6:59:45	6:57:24	2103	7:02:01	6:59:40
			2104	7:00:15	6:57:53

Das Jahr 2104 ist mit 366 d um 0,7578 d zu lang, ab 1.3. ist die Sonne wegen $-0,9778 \text{ d} + 0,7578 \text{ d} = -0,2200 \text{ d}$ um etwa $\frac{1}{4}$ Tag gegenüber 2004 zurück.

Bis zum 1.3.2148 folgen 11 Vierjahreszeiträume, in denen die Sonne je 0,0312 d gewinnt, $-0,2200 \text{ d} + 11 \cdot 0,0312 \text{ d} = +0,1232 \text{ d}$ zeigt den Stand ab 1.3. im Jahr 2148. Schließlich folgen noch zwei Normaljahre, d.h., ab 1.3. im Jahr 2150 gilt gegenüber 2004 $+0,1232 \text{ d} + 2 \cdot -0,2422 \text{ d} = -0,3612 \text{ d}$.

Das Durchschnittsniveau bez. 2004 der von uns herangezogenen Jahre 2004 - 2007 liegt bei $3 \cdot -0,2422 \text{ d} / 2 = -0,3633 \text{ d}$. In dieser Größe ist es angesiedelt im soeben bis 2150 ermittelten Abweichungsspektrum bez. 2004 mit dessen Extrema $+0,7176 \text{ d}$ und $-0,9778 \text{ d}$ in den Jahren 2096 bzw. 2103. Maximal um etwa eine Tagesänderung der MEZ(SA) (denn $0,7176 - (-0,3633) = 1,0809$) werden 2096 unsere Durchschnittswerte von den korrekten abweichen. Nun verändert sich die MEZ(SA) täglich um weniger als 2,5 min (in annähernd dieser Größe ist dies nur in der unter a) erwähnten Phase von Februar bis Mai der Fall). Minutengerundete Abweichungen übersteigen daher 2 min nicht, das gilt bis 2150.

Schluß

Die Astronomische Uhr aus dem Jahre 1472, also 110 Jahre vor der Gregorianischen Kalenderreform erstellt, ist eine der besonderen Kostbarkeiten von St. Marien. Ihr fortdauernder

adäquater Gang, gesichert durch Engagement und handwerkliches Geschick, bedarf dennoch gelegentlicher Korrekturen [2] und jetzt im Kalendarium nach Ablauf von 133 Jahren einer Erneuerung. Obige Ausführungen liefern hierzu Abwägungen und Begründungen für die aufzubringenden Rostocker Sonnenaufgangszeiten, zweitäglich angegeben in der nunmehr bereits seit 1893 üblichen Mitteleuropäischen Zeit. Erfreulichen Umständen war es zu verdanken, daß bereits am 25. September 2009 das neue Kalendarium feierlich übergeben wurde, restaurativ gefertigt als Deckplatte für die jetzige Scheibe, vorläufig zur Aufstellung in der Kirche.

Jüngst trat eine weitere Kostbarkeit der Marienkirche ebenfalls besonders ins Blickfeld, es ist die große Bronzeglocke, die 1290 in Rostock gegossen wurde [5]. In fatalen Kriegswirren hatte sie schwer gelitten und war seit langem leider gesprungen. Aber am 31. August 2009 wurde sie abgeholt zu jetzt endlich möglicher Restauration, zusammen mit drei weiteren mittelalterlichen Glocken des früheren Geläuts von St. Marien.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt wiederum Frau S. Dittmer für die umsichtige und einfühlsame Einrichtung der Druckvorlage sowie Herrn M. Berger für die engagierte Erstellung der Fotografien.

Literatur

- [1] **Buchholz, I.** : *Zur Berechnung der Differenz zwischen wahrer Ortszeit WOZ und mittlerer Ortszeit MOZ (Zeitgleichung)*. MU (Der Mathematikunterricht) **27**, Heft 1, 66 – 73 (1981)
- [2] **Drews, K.-D.** : *Mathematische Aspekte im Werk der Astronomischen Uhr von St. Marien zu Rostock*. Rostock. Math. Kolloq. **63**, 3 – 24 (2008)
- [3] **Grimsehl** : *Lehrbuch der Physik, erster Band*. 16. Aufl., Hrsg. W. Schallreuter, Leipzig: Teubner 1955
- [4] **Mann, A.** : *Beschreibung der astronomischen Uhr in der St. Marienkirche zu Rostock*. Rostock 1885
- [5] **Nath, U.** : *Aus der Chronik der St.-Marien-Kirche zu Rostock*. Stiftung St.-Marien-Kirche zu Rostock e. V. 2007
- [6] **Preiss, H.** : *Die astronomische Uhr in der St. Marienkirche zu Rostock*. Monatsschrift Feinmechanik und Optik **77**, Heft 1, 24 – 28 (1960)

- [7] **Schukowski, M. :** *Die Astronomische Uhr in St. Marien zu Rostock.* Königstein im Taunus: Langewiesche, Köster 1992
- [8] **Schukowski, M. :** *Die astronomische Uhr in der St.-Marien-Kirche zu Rostock.* Stiftung St.-Marien-Kirche zu Rostock e. V. 2004
- [9] **Schukowski, M. :** *Wunderuhren. Astronomische Uhren in Kirchen der Hansezeit.* Schwerin: Thomas Helms 2006

eingegangen: 4. Dezember 2009

Autor:

Klaus-Dieter Drews, i. R.
Universität Rostock
Institut für Mathematik
18051 Rostock
Germany